

# Analisi del meccanismo del flutter per impalcati da ponte: sensibilità rispetto ai parametri dinamici della struttura

Claudio Mannini <sup>a</sup>, Gianni Bartoli <sup>a</sup>

<sup>a</sup> CRIACIV/DICeA, Università degli Studi di Firenze

## SOMMARIO

In questa memoria viene discusso un approccio semplificato al flutter, risultante dalla modifica di una precedente coppia di formule proposte dagli autori. La validità di tali equazioni è stata oggetto di un'attenta analisi, di cui alcuni risultati esemplificativi sono riportati in questa sede, e ne sono stati chiaramente evidenziati i limiti di applicabilità. Si è visto che il metodo proposto funziona bene tanto nel caso del flutter classico che in quello del flutter torsionale. In particolare, un rimaneggiamento delle suddette equazioni consente di scrivere la condizione critica per il caso di instabilità a due gradi di libertà in maniera analoga a quello di flutter torsionale ad un grado di libertà. La semplificazione del problema consente una più agevole indagine analitica sul meccanismo che conduce all'insorgere dell'instabilità e questo ha permesso di spiegare l'origine della distinzione fra hard-type e soft-type flutter. In particolare, è stato possibile individuare le condizioni nelle quali lo smorzamento strutturale del modo di torsione possa svolgere un ruolo non trascurabile nel posticipare l'instabilità aeroelastica. Infine, l'analisi semplificata del meccanismo del flutter consente di fare alcune considerazioni qualitative su come i parametri dinamici di una struttura da ponte possano essere modificati per ottenere un incremento sensibile della velocità critica del vento.

## ABSTRACT

In this paper a simplified approach to flutter is discussed, based on the modification of a pair of formulas previously proposed by the writers. The validity of such equations was the object of a careful analysis, whose a few exemplary results are reported herein. Their limits of applicability are also clearly highlighted. The proposed method works fine both in case of classical and torsional flutter. In particular, it is possible to rearrange these equations in such a way that the critical condition for the two-degree-of-freedom instability is written in analogy to that for single-degree-of-freedom torsional flutter. The simplification of the problem allows an easier analytical investigation of the mechanism which leads to the instability onset and this made it possible to explain the origin of the distinction between hard- and soft-type flutter. In particular, it is explained under which conditions the structural damping relative to the torsional mode plays a significant role in delaying the occurrence of the aeroelastic instability. Finally, the simplified analysis of the flutter mechanism allows to draw some qualitative considerations concerning the way to tailor the dynamic parameters of a bridge structure in order to obtain a significant increase of the critical wind speed.

**PAROLE CHIAVE:** Ponti, Flutter, Derivate Aeroelastiche, Smorzamento, Parametri Dinamici.

## 1. INTRODUZIONE

La tendenza a progettare ponti caratterizzati da luci sempre maggiori e impalcati sempre più leggeri fa sì che il carico da vento acquisisca rilevanza notevole nel loro dimensionamento. In particolare, sta diventando sempre più importante garantire la stabilità di tale tipo di strutture nei confronti del flutter con adeguato margine di sicurezza rispetto alla velocità di progetto. A questo proposito il metodo di calcolo più diffuso è quello semi-empirico proposto da Scanlan & Tomko (1971), che richiede la misura in galleria del vento di un certo numero di coefficienti aerodinamici, detti derivate aeroelastiche, e consente la stima della velocità critica tramite un'analisi agli autovalori. In alcune precedenti pubblicazioni (Mannini, 2006; Bartoli & Mannini, 2008) gli autori hanno proposto e validato un metodo semplificato per calcolare la velocità critica di flutter. Tale metodo

consiste in due formule, una per il calcolo della velocità critica ridotta e una per quello della frequenza critica, che presentano il vantaggio di chiamare in causa solo tre coefficienti aerodinamici invece di otto. Inoltre, la notevole semplificazione apportata alle equazioni di flutter consente di comprendere meglio il meccanismo che porta a tale tipo di instabilità, nonché valutare con maggior chiarezza in quale direzione le proprietà dinamiche della struttura possano essere modificate al fine di ritardare l'insorgere del flutter.

## 2. METODO SEMPLIFICATO PER IL CALCOLO DEL FLUTTER

Le formule semplificate di flutter sono state ottenute partendo dal modello classico di oscillatore lineare a due gradi di libertà (spostamento verticale e rotazione; cfr. Fig.1), con forze autoeccitate supposte lineari rispetto a spostamenti e velocità di spostamento ed espresse secondo la formulazione di Scanlan (e.g. Scanlan & Tomko, 1971; Simiu & Scanlan, 1996). Il sistema può essere quindi modellato tramite le Eq.1-2:

$$m \left[ \ddot{h} + (1 + i g_h) \cdot 4\pi^2 f_h^2 h \right] = L_{se} \quad (1)$$

$$I \left[ \ddot{\alpha} + (1 + i g_\alpha) \cdot 4\pi^2 f_\alpha^2 \alpha \right] = M_{se} \quad (2)$$

dove  $m$  e  $I$  sono la massa e l'inerzia di massa per unità di lunghezza dell'impalcato,  $B$  la larghezza della sezione,  $f_h$  e  $f_\alpha$  le frequenze strutturali dei modi di flessione verticale e torsione suscettibili di dar vita all'instabilità per flutter;  $g_h$  e  $g_\alpha$  rappresentano i coefficienti di smorzamento strutturale ("rate-independent damping", cfr. e.g. Fung, 1993), in maniera tale da esprimere le forze di smorzamento come rigidezze complesse ( $i$  nelle Eq.1-2 denota l'unità immaginaria). Il legame con i più noti rapporti di smorzamento strutturale rispetto al critico  $\zeta_h$  e  $\zeta_\alpha$  è dato dalle seguenti equazioni:

$$g_h = 2\zeta_h \frac{f}{f_h} \quad g_\alpha = 2\zeta_\alpha \frac{f}{f_\alpha} \quad (3-4)$$

dove  $f$  rappresenta la frequenza di accoppiamento a cui sta effettivamente oscillando il sistema e dunque nel caso in esame la frequenza critica di flutter.

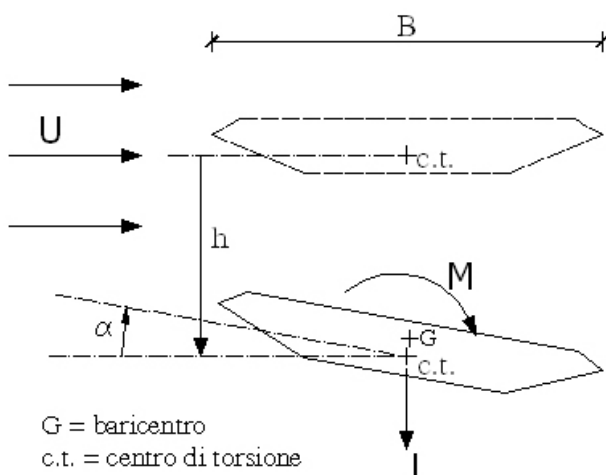


Figura 1. Sistema di riferimento per spostamenti e forze autoeccitate

Secondo la teoria di Scanlan, le forze autoeccitate possono essere espresse con una formulazione mista tempo-frequenza, introducendo otto coefficienti aerodinamici empirici  $H_j^*$ ,  $A_j^*$ , con  $j = 1, \dots, 4$ , detti derivate aeroelastiche, che devono essere misurati sperimentalmente:

$$L_{se}(t, K) = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[ KH_1^*(K) \frac{\dot{h}(t)}{U} + KH_2^*(K) \frac{B \dot{\alpha}(t)}{U} + K^2 H_3^*(K) \cdot \alpha(t) + K^2 H_4^*(K) \frac{h(t)}{B} \right] \quad (7)$$

$$M_{se}(t, K) = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left[ KA_1^*(K) \frac{\dot{h}(t)}{U} + KA_2^*(K) \frac{B \dot{\alpha}(t)}{U} + K^2 A_3^*(K) \cdot \alpha(t) + K^2 A_4^*(K) \frac{h(t)}{B} \right] \quad (8)$$

dove  $K = 2\pi f B / U = 2\pi / U_R$  è la frequenza ridotta di oscillazione, mentre  $U_R$  è la velocità ridotta del vento.

Supponendo un moto accoppiato di spostamento verticale e rotazione alla frequenza critica  $f$  e imponendo la condizione di stabilità marginale, si ottengono le così dette equazioni di flutter. Utilizzando un buon numero di dati relativi alle proprietà dinamiche e aerodinamiche di ponti esistenti e comuni profili di riferimento (Mannini, 2006; Bartoli & Mannini, 2008) è stato possibile ottenere le seguenti equazioni semplificate, rispettivamente per la velocità critica ridotta, che compare come argomento delle derivate aeroelastiche in Eq.5, e per la frequenza critica adimensionale  $X$  (Eq.6):

$$g_\alpha (A_3^*)^2 + g_\alpha r_\alpha^2 \mu A_3^* (2 - \gamma_\omega^2) - A_2^* A_3^* - \gamma_\omega^2 r_\alpha^2 H_1^* A_3^* + r_\alpha^2 \mu A_2^* (\gamma_\omega^2 - 1) - r_\alpha^4 \mu^2 g_\alpha (\gamma_\omega^2 - 1) = 0 \quad (5)$$

$$X = \gamma_\omega^2 \frac{r_\alpha^2 \mu \cdot (g_h + g_\alpha) + A_3^* (g_h + g_\alpha) - A_2^* - r_\alpha^2 H_1^*}{r_\alpha^2 \mu \cdot (\gamma_\omega^2 g_h + g_\alpha) + g_\alpha A_3^* - A_2^* - \gamma_\omega^2 r_\alpha^2 H_1^*} \quad (6)$$

dove:

$$\mu = \frac{2m}{\rho B^2} \quad r_\alpha = \sqrt{\frac{I}{m B^2}} \quad \gamma_\omega = \frac{f_\alpha}{f_h} \quad X = \frac{f_\alpha^2}{f^2} \quad (9-12)$$

Note la velocità ridotta critica  $U_{Rc}$  e la frequenza critica adimensionale  $X$ , la velocità di flutter si trova banalmente scrivendo:

$$U_c = U_{Rc} B \frac{f_\alpha}{\sqrt{X}} \quad (13)$$

Le equazioni proposte, a parte la loro semplicità, presentano il vantaggio di far dipendere la condizione critica di instabilità soltanto dalle tre derivate aeroelastiche così dette “dirette”, che possono essere misurate in galleria del vento anche solo con due set-up ad un grado di libertà. L’Eq.5, se scritta in altra maniera, risulta analoga ad una formula ottenuta per tutt’altra via da Nakamura (1978) ma prende anche in considerazione lo smorzamento strutturale, il cui contributo può non essere trascurabile nei casi del così detto soft-type flutter (Chen & Kareem, 2003, 2006;

Mannini, 2006; Bartoli & Mannini, 2008). È anche importante sottolineare che le formule proposte valgono sia nel caso del flutter classico che del flutter torsionale. In Mannini (2006) e Bartoli & Mannini (2008) è stato anche fatto un tentativo di eliminare la dipendenza da  $A_3^*$ , il che comporta una minore precisione delle formule, che però in certe situazioni può comunque risultare accettabile. Un altro approccio semplificato al calcolo del flutter è stato proposto da Chen (2007).

Come è stato discusso in Mannini (2006) e Mannini *et al.* (2007), raccogliendo un gran numero di dati e definendo curve approssimate per le derivate aeroelastiche d'interesse, valide per classi convenzionali di geometria di impalcato, risulterebbe possibile fare una stima della velocità critica di flutter senza ricorrere a prove in galleria del vento. Tale strumento di calcolo risulterebbe utile in fase di predimensionamento oppure per opere di media luce, per le quali sarebbe importante essere in grado di giudicare in maniera semplice se il flutter possa rappresentare un problema oppure no.

Rispetto alla formulazione originale, gli autori hanno recentemente osservato che i primi due termini dell'Eq.5 sono anch'essi trascurabili rispetto agli altri e che l'Eq.6 poteva essere sostituita da una relazione equivalente più semplice. Ne deriva che le formule semplificate possono infine essere scritte nella maniera seguente:

$$A_2^* A_3^* + \gamma_\omega^2 r_\alpha^2 H_1^* A_3^* - r_\alpha^2 \mu A_2^* (\gamma_\omega^2 - 1) + r_\alpha^4 \mu^2 g_\alpha (\gamma_\omega^2 - 1) = 0 \quad (14)$$

$$X = 1 + \frac{A_3^*}{r_\alpha^2 \mu} \quad (15)$$

Si nota facilmente come la velocità critica di flutter risulti del tutto indipendente dallo smorzamento strutturale del modo di spostamento verticale, come conseguenza del fatto che l'instabilità interessa il ramo torsionale, ovvero l'evoluzione sotto vento dell'originale modo di rotazione. Inoltre, il contributo dello smorzamento strutturale è essenzialmente legato all'ultimo termine dell'Eq.14, in cui non compaiono parametri aerodinamici.

La validità delle formule date dalle Eq.5-6 è stata ampiamente discussa nelle sopracitate precedenti pubblicazioni. Tuttavia, alcuni risultati esemplificativi per le Eq.14-15 sono riportati in Fig.2 per il caso di una lastra piana teorica (Theodorsen, 1934) e una sezione rettangolare 1:12.5 (Matsumoto, 1996), entrambe soggette ad instabilità per flutter classico, e in Fig.3 per una tipica sezione di impalcato da ponte a cassone unicellulare con sbalzi laterali, anch'essa soggetta a flutter accoppiato, le cui derivate aeroelastiche sono state misurate presso la galleria del vento del CRIACIV (Mannini, 2006; Mannini & Bartoli, 2008). Infine, in Fig.4 è riportato il caso della sezione rettangolare 1:5 (Matsumoto, 1996), comune esempio di profilo soggetto a flutter torsionale. Tali grafici confrontano la soluzione rigorosa delle equazioni di flutter con quella delle formule semplificate al variare del livello di smorzamento strutturale e del rapporto fra le frequenze  $\gamma_\omega$ , per due coppie di valori dei parametri di massa  $\mu$  e  $r_\alpha$ , selezionate nelle sopracitate precedenti pubblicazioni come opposti casi limite. È evidente dai grafici riportati che le formule proposte non danno risultati attendibili nel caso in cui il rapporto fra le frequenze sia troppo vicino all'unità, alla stessa maniera della formula di Selberg per la lastra piana teorica (Selberg, 1966). Tale condizione, che già di per sé risulta essere estremamente delicata, di solito si verifica o per ponti di grandissima luce o per strutture non convenzionali, tutte categorie di opere che mal si prestano ad essere trattate, anche solo preliminarmente o in fase di predimensionamento, con metodi approssimati. In tutti gli altri casi il livello di approssimazione delle Eq.14-15 è buono o addirittura ottimo. Infine, in Fig.2 in basso a destra e in Fig.4 a destra sono riportati due chiari esempi di dipendenza decisamente non trascurabile della velocità critica di flutter dallo smorzamento strutturale.

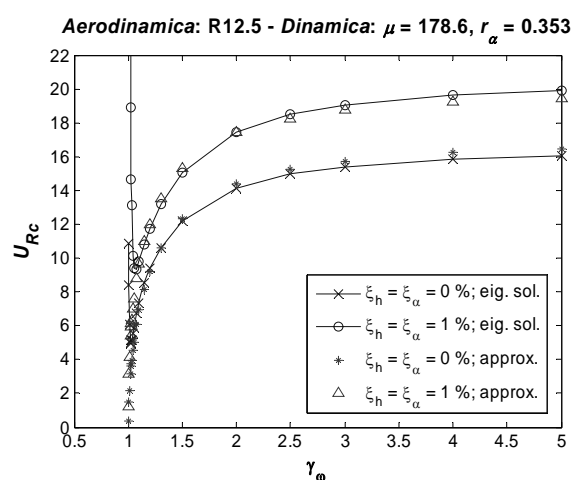
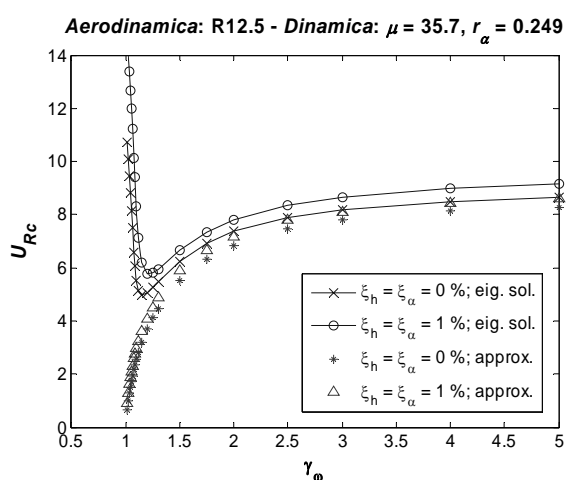
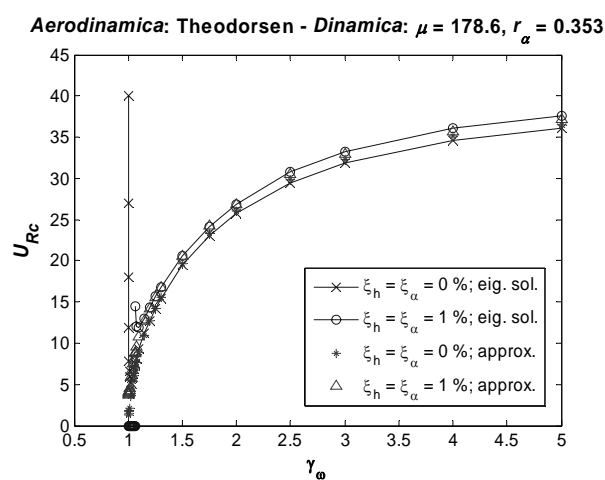
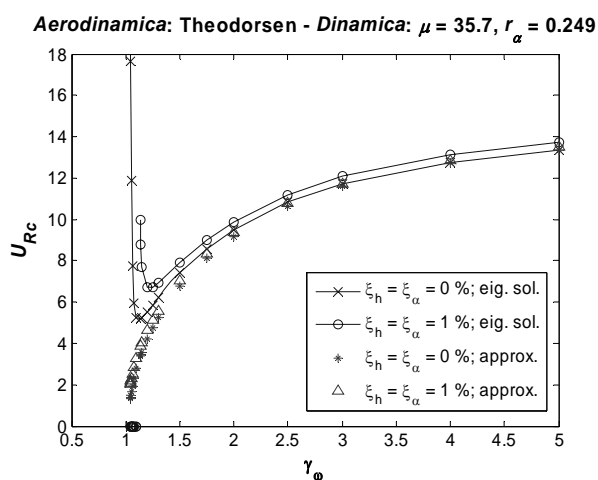


Figura 2. Esempi di validazione delle formule semplificate proposte in termini di velocità ridotte critiche, nel caso della lastra piana teorica (in alto) e di una sezione rettangolare 1:12.5 (in basso)

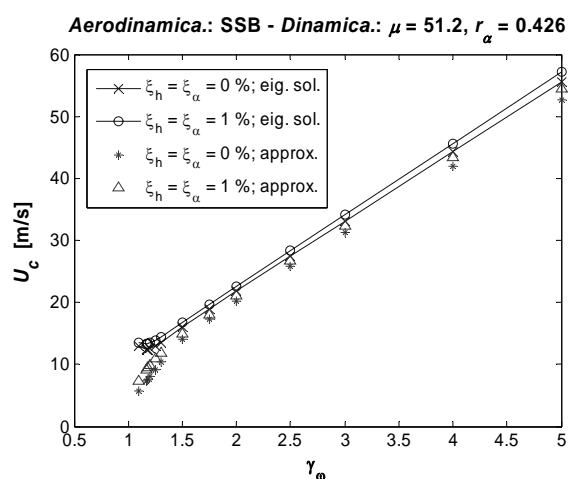
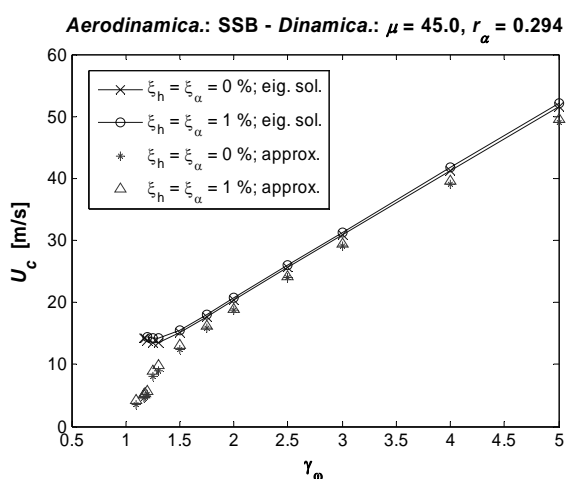


Figura 3. Esempi di validazione delle formule semplificate proposte in termini di velocità critiche, nel caso di una sezione di impalcato da ponte a cassone unicellulare con sbalzi laterali

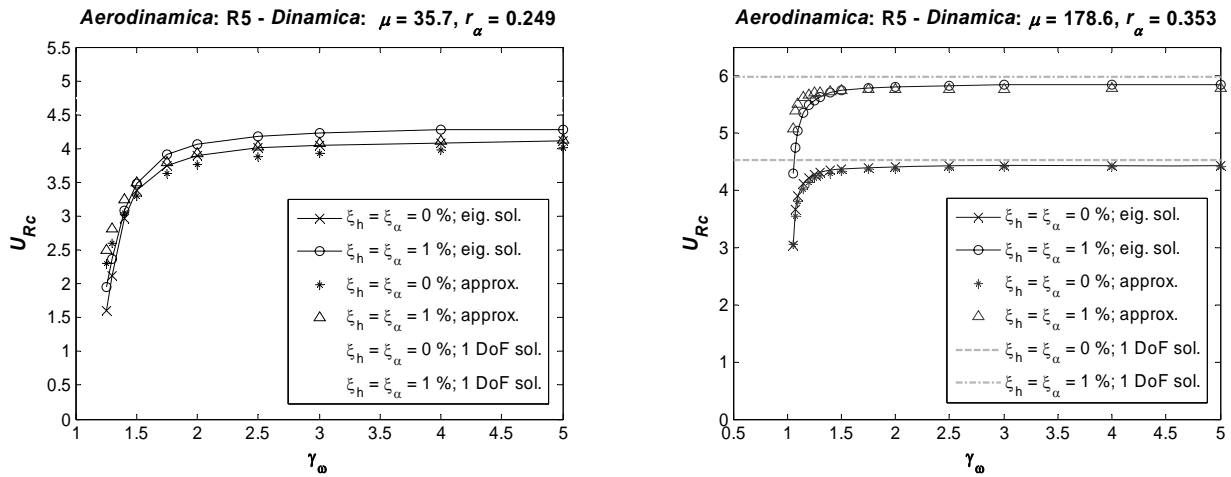


Figura 4. Esempi di validazione delle formule semplificate proposte in termini di velocità ridotte critiche, nel caso di una sezione rettangolare 1: 5, soggetta a flutter torsionale

### 3. ANALISI DEL MECCANISMO DEL FLUTTER

Nella sezione precedente abbiamo accennato al fatto che lo smorzamento strutturale del modo di torsione può in certi casi, anche di flutter classico, svolgere un ruolo stabilizzante importante. Chen & Kareem (2003, 2006), a questo proposito, hanno distinto fra l'hard-type flutter, in cui lo smorzamento strutturale gioca un ruolo marginale, e il soft-type flutter, in cui invece tale parametro ha un effetto decisamente non trascurabile. Solo nel secondo caso dispositivi quali gli smorzatori a masse accordate possono risultare efficaci. In termini più generali, si parla di hard-type flutter quando la parte reale dell'autovalore del sistema relativo al modo di rotazione (ramo torsionale) passa da negativa a positiva (e quindi lo smorzamento totale da positivo a negativo, come si può vedere in Fig.5) in maniera repentina, ovvero con notevole pendenza. In caso contrario, invece, si parla di soft-type flutter: una piccola traslazione delle curve, dovuta alla variazione dello smorzamento strutturale, è quindi sufficiente a far cambiare la velocità critica in maniera apprezzabile. In Fig.5 si vede come, mantenendo costanti le proprietà dinamiche del sistema, è sufficiente cambiare quelle aerodinamiche per passare da un caso all'altro. In altri casi, invece, a parità di proprietà aerodinamiche, sono i parametri dinamici di massa a distinguere fra i due tipi di meccanismi di instabilità: ne sono un chiaro esempio i grafici nella parte bassa della Fig.2. Resta dunque da chiarire l'origine di hard-type e soft-type flutter.

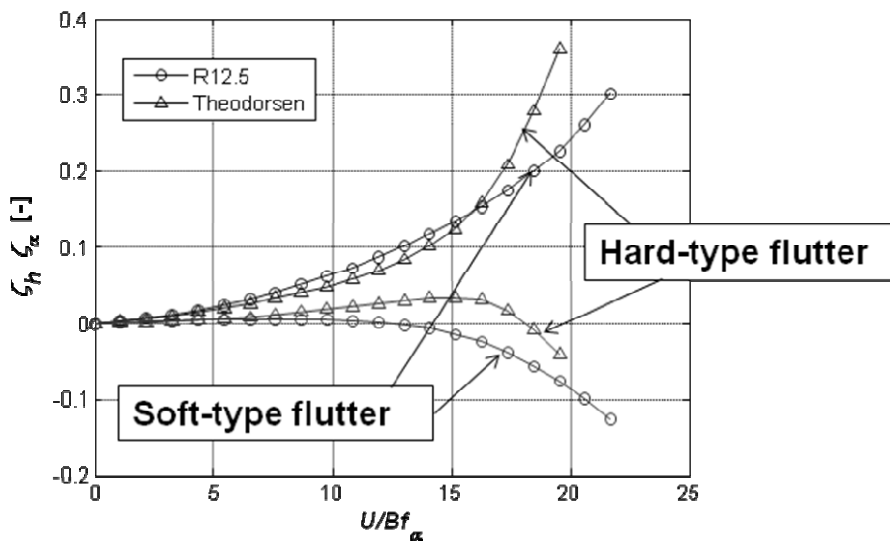


Figura 5. Andamento dello smorzamento dei modi di spostamento verticale e rotazione al variare della velocità del vento: esempi di hard-type e soft-type flutter ( $\mu = 178.6, r_\alpha = 0.353, \gamma_\omega = 1.96, \zeta_h = \zeta_\alpha = 0$ )

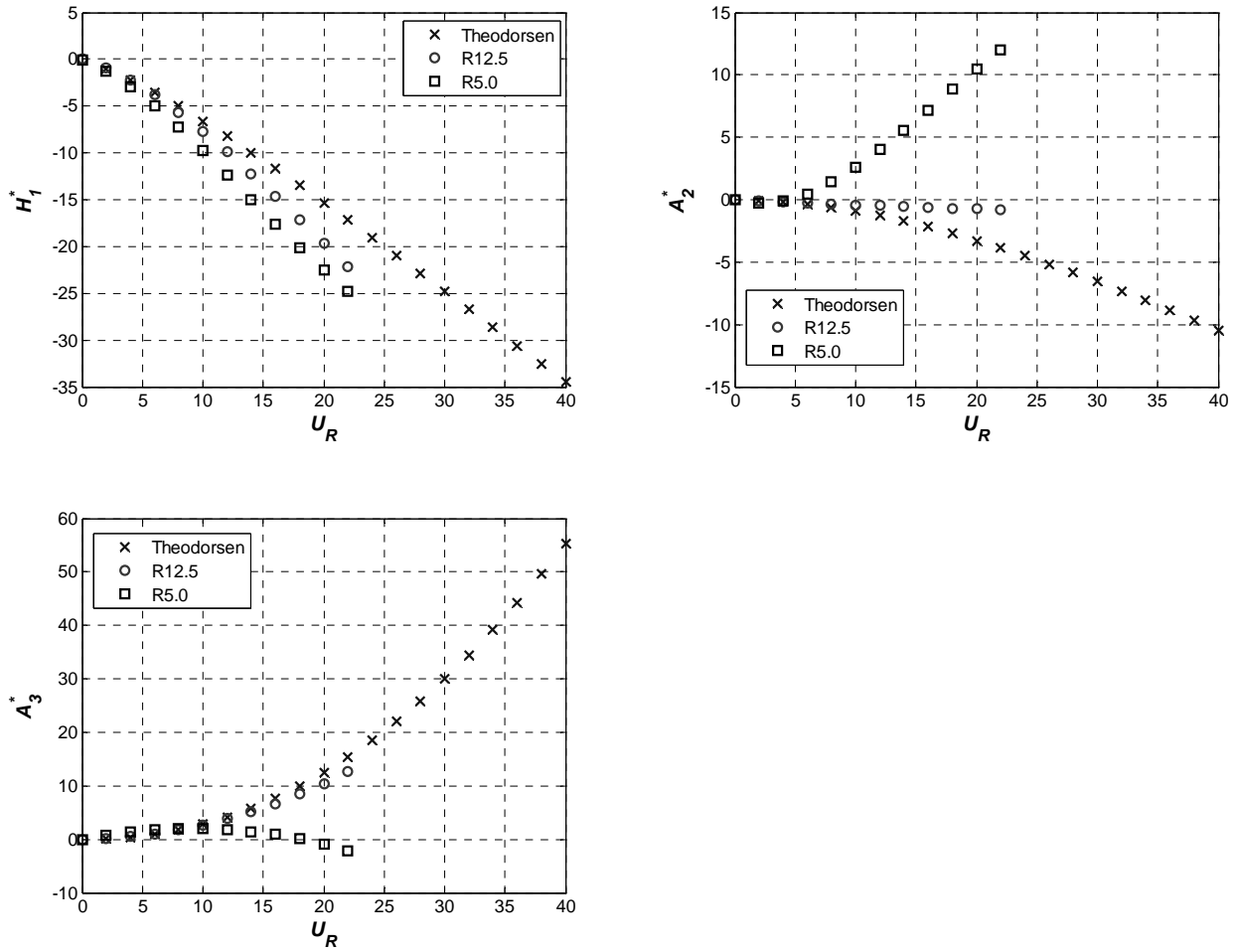


Figura 6. Andamento delle derivate aeroelastiche  $H_1^*$ ,  $A_2^*$  e  $A_3^*$  nel caso della lastra piana teorica e di due sezioni rettangolari

In Fig.6 le tre derivate aeroelastiche che compaiono nelle formule semplificate sono confrontate per il caso della lastra piana teorica (teoria di Theodorsen) e di due sezioni rettangolari con rapporto fra i lati rispettivamente pari a 12.5 e 5.0. In particolare, se si confrontano quelle per la lastra piana e per la sezione rettangolare 1:12.5, cui corrispondono i risultati di Fig.5, si osservano piccole differenze per quanto riguarda  $H_1^*$  e  $A_3^*$  e differenze notevoli relative ad  $A_2^*$ . Dunque, la distinzione fra i due tipi di flutter sembra essere sostanzialmente legata a quest'ultimo coefficiente aerodinamico.

Le formule semplificate presentate nella sezione precedente, data la loro semplicità, consentono anche di studiare in maniera analitica il meccanismo che conduce all'instabilità per flutter e di capire le origini di soft-type e hard-type flutter. In particolare, l'Eq.14 può essere scritta nella maniera seguente:

$$A_2^* - r_a^2 \mu g_a = \frac{1}{\gamma_\omega^2 - 1} \frac{A_3^*}{r_a^2 \mu} (A_2^* + \gamma_\omega^2 r_a^2 H_1^*) \quad (16)$$

Sostituendo poi l'Eq.15, si ottiene:

$$A_2^* - r_a^2 \mu g_a = \frac{X-1}{\gamma_\omega^2 - 1} (A_2^* + \gamma_\omega^2 r_a^2 H_1^*) \quad (17)$$

È facile far vedere come il secondo termine a primo membro sia sostanzialmente un numero di Scruton in torsione:

$$r_\alpha^2 \mu g_\alpha \cong \frac{4\zeta_\alpha I}{\rho B^4} = Sc_\alpha \quad (18)$$

Ricordando che la derivata aeroelastica  $A_2^*$  esprime uno smorzamento aerodinamico in caso di rotazione pura e che la condizione critica di flutter torsionale per un sistema ad un grado di libertà può essere scritta come:

$$A_2^* - r_\alpha^2 \mu g_\alpha = 0 \quad (19)$$

si può sottolineare che, nel caso di un sistema a due gradi di libertà non soggetto a flutter torsionale ( $A_2^* < 0$ ), è la diminuzione della frequenza torsionale  $X-1$ , prodotta dal coefficiente aerodinamico  $A_3^*$ , a trasformarsi in smorzamento aerodinamico negativo e a condurre all'instabilità del sistema. Tornando all'Eq.17, si può osservare che se il numero di Scruton in torsione è paragonabile con  $A_2^*$ , allora lo smorzamento strutturale non risulta trascurabile ai fini della determinazione della condizione critica. Quindi, se  $r_\alpha^2 \mu = 2I/(\rho B^4)$  è grande e  $A_2^*$  assume valori negativi limitati, allora l'instabilità si manifesta sotto forma di soft-type flutter.

A questo punto, se si definisce il coefficiente aerodinamico modificato:

$$\overline{A_2^*} = A_2^* - \frac{1}{\gamma_\omega^2 - 1} \frac{\rho B^4}{2I} A_2^* A_3^* - \frac{\gamma_\omega^2}{\gamma_\omega^2 - 1} \frac{\rho B^2}{2m} H_1^* A_3^* \quad (20)$$

La condizione critica di flutter può essere scritta in maniera analoga al caso ad un grado di libertà:

$$\overline{A_2^*} - \frac{2I g_\alpha}{\rho B^4} = 0 \quad (21)$$

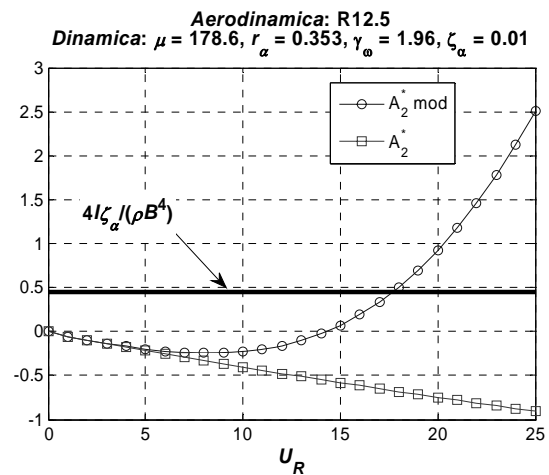
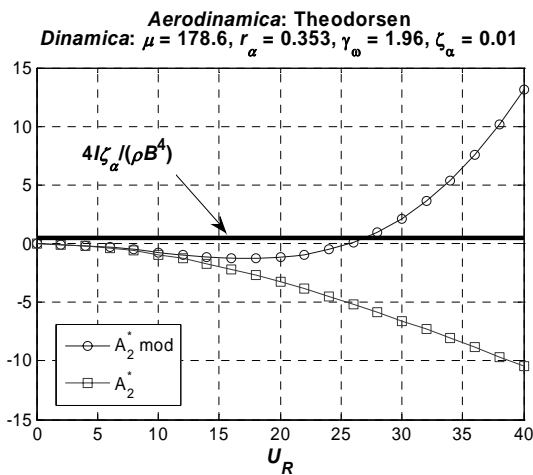


Figura 7. Confronto fra gli andamenti di  $A_2^*$  e  $\overline{A_2^*}$  ( $A_2^* \text{ mod}$ ) nel caso di due sezioni soggette a flutter classico



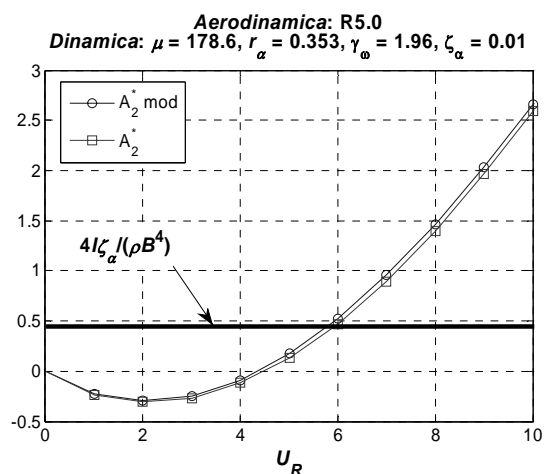


Figura 8. Confronto fra gli andamenti di  $A_2^*$  e  $\overline{A_2^*}$  ( $A_2^*$  mod) nel caso di una sezione soggetta a flutter torsionale

Si deve notare nell'Eq.20 che il termine  $H_1^* A_3^*$  è equivalente al termine  $H_3^* A_1^*$  (e.g. Matsumoto, 1996; Bartoli & Mannini, 2008), individuato da Matsumoto (1996) e da Chen (2007) come principale termine destabilizzante. Tuttavia, le Eq.20-21 dicono anche che, nel caso in cui l'inerzia di massa relativa  $2I/(\rho B^4)$  e il rapporto fra le frequenze non siano molto grandi, anche il termine  $A_2^* A_3^*$  può giocare un ruolo destabilizzante non trascurabile.

I grafici riportati nelle Fig.7-8 mostrano l'andamento del parametro aerodinamico modificato (Eq.20) rispetto a quello di  $A_2^*$  e come la condizione critica di flutter possa essere individuata in corrispondenza dell'intersezione del primo con la retta orizzontale corrispondente al valore  $2I\zeta_\alpha/(\rho B^4)$ . Si vede chiaramente in Fig.8 che, nel caso del flutter torsionale, la differenza fra  $A_2^*$  e il suddetto coefficiente aerodinamico modificato risulta trascurabile.

#### 4. CONSIDERAZIONI PROGETTUALI

L'approccio semplificato proposto può essere utilizzato anche per comprendere meglio come la struttura da ponte possa essere modificata al fine di aumentare la velocità critica di flutter e in quali condizioni i provvedimenti classici (incremento della separazione fra le frequenze, incremento della massa, incremento dell'inerzia di massa) risultino realmente efficaci.

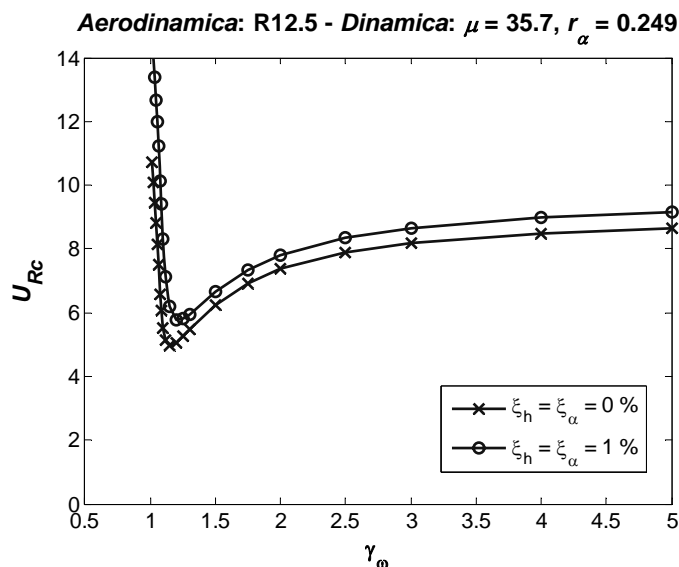


Figura 9. Esempio di scarsa dipendenza della velocità ridotta critica dal rapporto fra le frequenze (risultati ottenuti tramite la soluzione esatta delle equazioni di flutter)

Dall'Eq.20 si evince che, se  $\gamma_\omega$  è già abbastanza grande e  $A_2^*$  assume valori modesti, un ulteriore incremento della separazione fra le frequenze non porta benefici sostanziali nei confronti della velocità critica ridotta, come mostra il grafico di Fig.9. Ovviamente, però, la velocità critica di flutter (dimensionale) aumenta qualora si incrementi la frequenza torsionale (cfr. Eq.13). Nelle medesime condizioni, un mero incremento dell'inerzia di massa tende a non essere efficace. La Fig.10 mostra come la curva che esprime la velocità ridotta critica al variare di  $2I/(\rho B^4)$ , sia assolutamente piatta nel caso in cui lo smorzamento strutturale sia nullo. Qualora, invece, lo smorzamento strutturale in torsione sia grande, l'effetto benefico dell'aumento dell'inerzia di massa diventa apprezzabile in virtù dell'incremento del numero di Scruton, per un'instabilità che diventa sempre di più di tipo "soft". Un incremento della massa, infine, va sempre a ridurre lo smorzamento aerodinamico negativo legato all'ultimo termine dell'Eq.20, come riscontrabile in Fig.11.

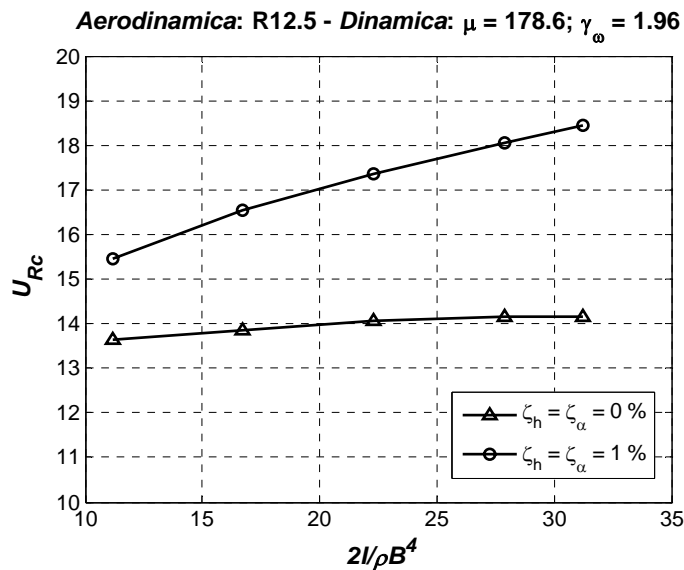


Figura 10. Esempio di andamento della velocità ridotta critica al variare di un parametro d'inerzia di massa adimensionale (risultati ottenuti tramite la soluzione esatta delle equazioni di flutter)

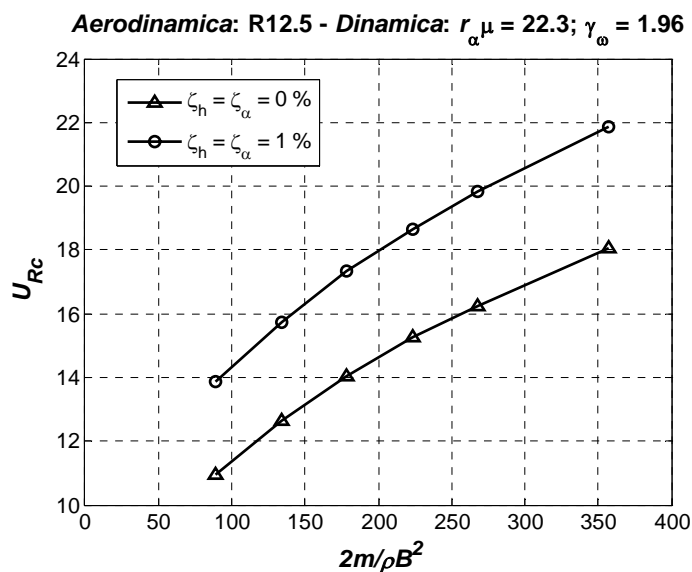


Figura 11. Esempio di andamento della velocità ridotta critica al variare di un parametro di massa adimensionale (risultati ottenuti tramite la soluzione esatta delle equazioni di flutter)

Tutte le considerazioni esposte in precedenza, però, non possono che essere qualitative e non devono far dimenticare che al rapporto fra massa e inerzia di massa è legato il quadrato del rapporto fra le frequenze e che quindi uno di questi parametri non può essere fatto variare in maniera indipendente dagli altri:

$$\gamma_{\omega}^2 \propto \frac{m}{I} \quad (22)$$

Inoltre, siccome quello che interessa da un punto di vista ingegneristico è la velocità del vento critica e non quella ridotta, non bisogna neppure dimenticare l'effetto che una modifica dei parametri dinamici della struttura, e in particolare dell'inerzia di massa, può avere sulla frequenza critica di flutter (Eq.15).

## 5. CONCLUSIONI

In questa memoria è stato proposto un approccio semplificato al flutter che consente di calcolare la velocità critica, prendendo in considerazione soltanto tre derivate aeroelastiche e confermando il sospetto che la formulazione classica con otto coefficienti aerodinamici sia ridondante. Data la semplicità delle equazioni, tale metodo consente anche di studiare analiticamente il meccanismo con cui insorge l'instabilità per flutter. In particolare, è stato possibile scrivere la condizione critica per un sistema a due gradi di libertà in analogia alla formulazione valida per il flutter torsionale in un sistema ad un grado di libertà.

Utilizzando il suddetto metodo semplificato è stato anche possibile chiarire sotto quali condizioni lo smorzamento strutturale in torsione possa giocare un ruolo significativo nei confronti dell'instabilità per flutter, spiegando tra l'altro l'origine della differenza fra il così detto soft-type and hard-type flutter.

In ultima analisi, sono state fatte delle considerazioni qualitative sulla sensibilità della condizione critica nei confronti di alcuni parametri dinamici della struttura, quali il rapporto fra le frequenze, la massa e l'inerzia di massa, che possono essere utili per definire o modificare un progetto, al fine di ottenere una velocità critica di flutter ben superiore alla velocità di progetto.

## BIBLIOGRAFIA

- Bartoli G., Mannini C. (2008). A simplified approach to bridge deck flutter, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, Vol. 96(2), pp. 229-256
- Chen X. (2007). Improved understanding of bimodal coupled bridge flutter based on closed-form solutions, *J. Struct. Eng. ASCE*, Vol. 133(1), pp. 22-31
- Chen X., Kareem A. (2003). Efficacy of tuned mass dampers for bridge flutter control, *J. Struct. Eng. ASCE*, Vol. 129(10), pp. 1291-1300
- Chen X., Kareem A. (2006). Revisiting multimode coupled bridge flutter: some new insights, *J. Eng. Mech. ASCE*, Vol. 132(10), pp. 1115-1123
- Dyrbye C., Hansen S.O. (1997). *Wind Loads on Structures*, 1st ed., Wiley, New York
- Fung Y.C. (1993). *An Introduction to the Theory of Aeroelasticity*. Dover Publications, New York, 1993
- Mannini C. (2006). *Flutter Vulnerability Assessment of Flexible Bridge Decks*. Tesi di Dottorato. Università degli Studi di Firenze, Italia – TU Braunschweig, Germania, Verlag Dr. Müller, Saarbrücken, Germania, 2008 (ISBN: 978-3-540-74458-0)
- Mannini C., Bartoli G. (2008). Investigation on the dependence of bridge deck flutter derivatives on steady angle of attack. In *Proc. VI International Colloquium on Bluff Bodies Aerodynamics and Applications*, Milano, Italy
- Mannini C., Bartoli G., Flamand O., Grillaud G. (2007). A simplified method of flutter assessment: first steps towards flutter derivative generalization. In *Proc. XII International Conference of Wind Engineering*, Cairns, Australia, pp. 2343-2350

- Matsumoto M. (1996). Aerodynamic damping of prisms, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, Vol. 59(2-3), pp. 159-175
- Nakamura Y. (1978). An analysis of binary flutter of bridge deck sections, *J. Sound Vib.*, Vol. 57(4), pp. 471-482
- Scanlan R.H., Tomko J.J. (1971). Airfoil and bridge deck flutter derivatives, *J. Eng. Mech. Div. Proc. ASCE*, Vol. 97, pp. 1717-1737
- Selberg A. (1961). Oscillation and aerodynamic stability of suspension bridges. *Acta Polytechnica Scandinavica, Civil Engineering and Building Construction Series 13*, Oslo
- Simiu E., Scanlan R.H. (1996). *Wind Effects on Structures: Fundamentals and Applications to Design*, 3rd ed., Wiley, New York
- Theodorsen T. (1934). *General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter*. NACA, Langley Research Center, Hampton, NACA Technical Report 496, Annual Report 20